

5. СУПЕРПОЗИЦИЯ СИЛОВЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ ОБЛАКА ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРОСТАТИКЕ

Под электростатикой мы будем понимать процесс рассеяния случайных волн эфира квазинепоподвижными частицами, т.е. такими частицами, которые хотя и совершают случайные колебательные движения при рассеянии волн, все же в среднем за интервал наблюдения практически остаются на одном и том же месте или смещаются лишь незначительно.

Для волновых процессов в средах используется принцип суперпозиции волн. Он справедлив в тех случаях, когда возмущения в среде считаются малыми и все волновые явления можно описывать линейными уравнениями. В этом случае результирующее волновое поле для многих частиц получится простым суммированием всех волн от каждой частицы в отдельности.

Поэтому полный силовой потенциал, определенный формулой (22), для облака частиц определится как сумма потенциалов отдельных частиц (рис.7)

$$\varphi = (1/4\pi\epsilon_0) \sum q_i / r_i . \quad (60)$$

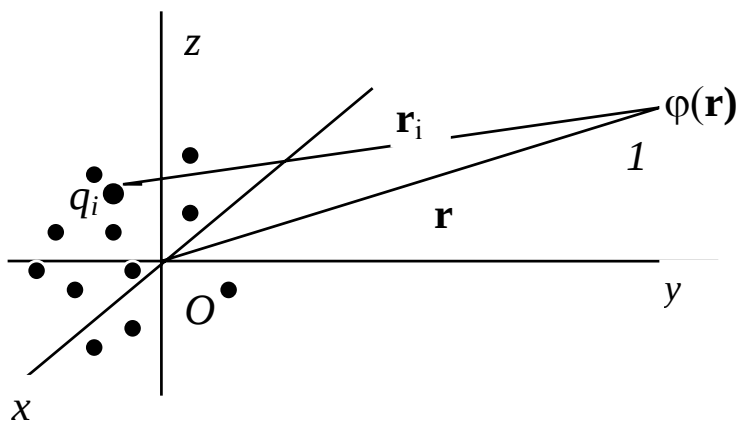


Рис.7. Нахождение силового потенциала в точке 1 как результат суперпозиции полей от облака частиц

В рассматриваемых нами уравнениях σ является аналогом электрического заряда частицы. В соответствии с этим определением и

согласно формуле (32) $\sigma^*(x,y,z)$ будет являться аналогом объемной плотности заряда $\rho(x,y,z)$. С использованием ρ выражение (60) принимает вид

$$\varphi(r) = (1/4\pi\epsilon_0) \int \rho(x,y,z)/r dV, \quad (61)$$

где интегрирование ведется по всему объему, занимаемому ансамблем частиц.

Для сферически симметричного потенциала (22) напряженность силового поля вычисляется очень просто в соответствии с (24)

$$\mathbf{E} = - \nabla\varphi = (q/4\pi\epsilon_0) \mathbf{r}/r^3. \quad (62)$$

Применим теорему Гаусса - Остроградского для вектора $\mathbf{E}$

$$\int \text{div } \mathbf{E} dV = \int \mathbf{E} d\mathbf{S}. \quad (63)$$

Распределение зарядов в облаке частиц является дискретным, поэтому имеет смысл перейти к средним значениям функций, как это принято при описании любых сред.

Для малого объема ΔV выражение (63) можно записать через среднее значение $\langle \text{div } \mathbf{E} \rangle$ в данном элементе объема

$$\langle \text{div } \mathbf{E} \rangle \Delta V = \int \mathbf{E} d\mathbf{S}. \quad (64)$$

Учитывая, что поток вектора $\mathbf{E}$, имеющего сферическую симметрию и радиальное направление, не зависит от формы поверхности, выбираем поверхность интегрирования в виде сферы с радиусом r , в результате чего получаем

$$\langle \text{div } \mathbf{E} \rangle \Delta V = q 4\pi r^2 / 4\pi\epsilon_0 r^2 = q/\epsilon_0. \quad (65)$$

Выражение (65) удобно записать в таком виде:

$$\langle \text{div } \mathbf{E} \rangle = \langle \rho \rangle / \epsilon_0. \quad (66)$$

Таким образом, мы получили уравнение для средних значений характеристик поля и частиц. Здесь следует отметить, что предельный переход в (65) для $\Delta V \rightarrow 0$ нужно делать очень осторожно, поскольку в непосредственной близости от рассеивающей частицы вектор $\mathbf{E}$ имеет случайное сильно флуктуирующее направление, а для получения

соотношения (62) требовалось строго радиальное направление данного вектора. Кроме этого, значение сферически симметричного потенциала силового поля (22) получено для расстояния r , значительно большего размеров рассеивающей частицы. Поэтому ΔV в (65) не может быть меньше объема случайного движения частицы.

С другой стороны, для того чтобы функции $\langle \text{div } \mathbf{E} \rangle$, $\langle \rho \rangle$ и $\langle \sigma^* \rangle$ были сравнительно гладкими и непрерывными функциями координат, необходимо, чтобы в элементе объема ΔV содержалось очень большое число частиц. При этом условии данные величины приобретут смысл обыкновенных функций координат и знак усреднения в (66) можно будет убрать, что дает

$$\text{div } \mathbf{E} = \rho / \varepsilon_0 \quad (67)$$

С использованием выражения (24) уравнение (67) для больших ансамблей частиц принимает вид

$$\Delta \varphi = - \rho / \varepsilon_0 \quad (68)$$

и называется уравнением Пуассона.

Уравнения (67) и (68) являются макроскопическими уравнениями, поскольку они описывают характеристики полей, усредненные по большим ансамблям частиц.