

6. УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ ДЛЯ ОБЛАКА ДВИЖУЩИХСЯ ЧАСТИЦ

Рассмотрим облако частиц, медленно перемещающихся произвольным образом в пределах некоторого объема V . Если допустить, что полное (суммарное) эффективное сечение рассеяния случайных эфирных волн всеми частицами не зависит от взаимного расположения частиц в данном объеме, т.е. частицы всегда удалены на достаточно большое расстояние одна от другой по сравнению с их размерами, то при этом выдерживается принцип суперпозиции для волновых процессов и справедливо соотношение

$$d\sigma/dt = d/dt \int \sigma^*(x,y,z) dV = 0. \quad (69)$$

Согласно формуле дифференцирования по времени интеграла, взятого по подвижному объему [46], соотношение (69) эквивалентно следующему дифференциальному уравнению:

$$\partial\sigma^*/\partial t + \text{div}(\sigma^*\mathbf{v}) = 0, \quad (70)$$

или в терминах объемной плотности зарядов и тока

$$\partial\rho/\partial t + \text{div}(\rho\mathbf{v}) = 0. \quad (71)$$

Уравнения (70) и (71) называются уравнениями непрерывности и выражают закон сохранения некоторой физической величины в пределах заданного объема. Эти уравнения могут быть записаны в иной форме с использованием потенциалов φ и A . Осуществим этот переход.

В разделе 3. силовой потенциал φ и векторный потенциал A были получены посредством усреднения по облаку движущихся частиц. Для облака частиц средняя плотность заряда в объеме ΔV равняется

$$\langle\rho\rangle = \Sigma q_i / \Delta V. \quad (72)$$

При этом элемент объема ΔV мы считаем неподвижным и постоянным, а число частиц в нем может изменяться, вызывая тем самым изменение ρ со временем.

Потенциалы φ и A будем определять на большом расстоянии r от неподвижного объема ΔV , следовательно, r в данном случае можно считать постоянной величиной, и поэтому операция div в наших уравнениях будет относиться только к усредненному по облаку частиц переменному вектору $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$. С учетом этого заменим в уравнении (71) величину ρ на ее среднее значение из (72) и поделим оба слагаемых на $4\pi\epsilon_0 c^2 r$, внося это под знак производных, в результате чего получаем

$$\partial/\partial t \Sigma q_i / (4\pi\epsilon_0 c^2 r \Delta V) + div \Sigma q_i \mathbf{v} / (4\pi\epsilon_0 c^2 r \Delta V) = 0. \quad (73)$$

Сократив данное уравнение на величину ΔV и подставив в него значения потенциалов из (69) и (39), приходим к уравнению

$$1/c^2 \partial\varphi/\partial t + div A = 0. \quad (74)$$

Данное уравнение называется калибровочным условием Лоренца, хотя мы видим, что оно возникло как результат выполнения уравнения непрерывности, т.е. закона сохранения числа частиц или заряда.

Все изменения в уравнении (74) происходят за счет перемещения частиц в одном из выбранных элементов объема ΔV . Это уравнение выполняется для любого элемента объема из рассматриваемого облака частиц и для любых расстояний r , значительно превышающих размеры выбранного элемента объема.